

Đề chính thức
(Đề thi gồm 01 trang)

Môn: Toán 12. Khối D.

Thời gian làm bài: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

A. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (8,0 điểm)

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là (C)

- 1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2) Tìm tham số m để đường thẳng $(d_m) y = 2x + m$ cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách AB nhỏ nhất.

Câu II (2 điểm) 1) Giải phương trình: $2\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + \sqrt{3}\cos 4x = 4\cos^2 x - 1$

2) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (\sqrt{2x-1}-1)2^{y-1} = \frac{2-2\sqrt{2-x}}{x} \\ \log_2 x = -y+2 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu III (1 điểm) Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \sqrt{x^2+1}}{x^2}$

Câu IV. (2 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD .

1. Chứng minh rằng $AM \perp BP$ và tính thể tích khối tứ diện $CMNP$
2. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Câu V. (1 điểm) Không dùng máy tính, bảng số hãy so sánh các số sau đây:

- a) $\log_5 7$ và $\log_{13} 17$ b) $\log_{20} 80$ và $\log_{80} 640$

B. PHẦN RIÊNG (2,0 điểm). Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần 1 hoặc 2)

1. Theo chương trình Chuẩn

Câu VIa. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm $A(3;3)$ và đường thẳng :

$d: x + y - 2 = 0$. Lập phương trình đường tròn đi qua A , cắt đường thẳng d tại hai điểm B, C sao cho $AB = AC$ và $AB \perp AC$.

Câu VIIa. (1 điểm) Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right)(1+2x)^{18}$

2. Theo chương trình Nâng cao

Câu VIb. (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy cho đường tròn (C): $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$ và điểm $M(7;3)$. Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M cắt (C) tại A, B phân biệt sao cho $MA = 3MB$.

Câu VIIb. (1 điểm) Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$

-----HẾT-----

Ghi chú: - Thí sinh không được sử dụng bất cứ tài liệu gì!
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Cảm ơn thầy Nguyễn Duy Liên (lientoanvp@vinhphuc.edu.vn) đã gửi tới www.laisac.page.tl

ĐÁP ÁN, THANG ĐIỂM TOÁN 12 KHỐI D (4 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																		
I			2,00																		
	1		1,00																		
		Tập xác định: Hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x-1} = 1$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+1}{x-1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x-1} = -\infty$.	0,25																		
		Đạo hàm: $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Hàm số không có cực trị. Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td></td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td><td></td><td>1</td></tr></table>	x	$-\infty$		1		$+\infty$	y'		-		-		y	1		$+\infty$		1	0,25
	x	$-\infty$		1		$+\infty$															
	y'		-		-																
	y	1		$+\infty$		1															
		Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$; tiệm cận ngang $y = 1$. Giao của hai tiệm cận $I(1; 1)$ là tâm đối xứng.	0,25																		
	Đồ thị hàm số (học sinh tự vẽ hình)	0,25																			
2	Tìm tham số m để đường thẳng $(d_m) y = 2x + m \dots$	1,00																			
	Phương trình hoành độ giao điểm chung giữa (C) & (d_m) là: $\frac{x+1}{x-1} = 2x + m$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ g(x) = 2x^2 + (m-3)x - m - 1 = 0(*) \end{cases}$ phương trình $(*)$ có $\begin{cases} \Delta = m^2 + 2m + 17 > 0 \forall m \\ g(1) = -2 \neq 0 \end{cases}$	0,25																			
	$\Rightarrow (C) \cap (d_m) = \{A \neq B\} \forall m$. Gọi $A(x_1; 2x_1 + m), B(x_2; 2x_2 + m)$ theo định lí Vi ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{3-m}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1+m}{2} \end{cases} \Rightarrow AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (2x_1 - 2x_2)^2 = 5 \left[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 \right]$	0,25																			
	$AB^2 = 5 \left[\left(\frac{3-m}{2} \right)^2 + 4 \left(\frac{1+m}{2} \right) \right] = 5 \left[\frac{m^2 + 2m + 17}{4} \right] = 5 \left[\frac{(m+1)^2 + 16}{4} \right] \geq 20$	0,25																			
	$\Rightarrow AB \geq 2\sqrt{5}$ dấu bằng xảy ra khi $m = -1$. Vậy khoảng cách AB ngắn nhất bằng $2\sqrt{5} \Leftrightarrow m = -1$	0,25																			
II			2,00																		

1	Giải phương trình: $2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)+\sqrt{3}\cos 4x=4\cos^2 x-1$	1,00
	<p>Phương trình $\Leftrightarrow 1+\cos\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)+\sqrt{3}\cos 4x=2(1+\cos 2x)-1$</p> <p>$\Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 4x+\sin 4x=2\cos 2x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 4x+\frac{1}{2}\sin 4x=\cos 2x$</p>	0,25 0,25
	$\cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=\cos 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-\frac{\pi}{6}=2x+k2\pi \\ 4x-\frac{\pi}{6}=-2x+k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\frac{\pi}{36}+k\frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	Vậy pt có hai họ nghiệm $x=\frac{\pi}{2}+k\pi; x=\frac{\pi}{36}+k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
2	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (\sqrt{2x-1}-1)2^{y-1}=\frac{2-2\sqrt{2-x}}{x} \\ \log_2 x=-y+2 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R}).$	1,00
	Đ/K: $0 < x \leq 2$. Từ pt(2) ta được $y=2-\log_2 x \Rightarrow 2^{y-1}=\frac{2}{x}$ thế vào pt(1) ta được	0,25
	$(\sqrt{2x-1}-1)\frac{2}{x}=\frac{2-2\sqrt{2-x}}{x} \Leftrightarrow \sqrt{2x-1}-1=1-\sqrt{2-x}$	0,25
	$\sqrt{2x-1}+\sqrt{2-x}=2 \Leftrightarrow x+1+2\sqrt{(2x-1)(2-x)}=4 \Leftrightarrow 2\sqrt{(2x-1)(2-x)}=3-x$ $\Leftrightarrow 4(2x-1)(2-x)=9-6x+x^2 \Leftrightarrow 9x^2-26x+17=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=2 \\ x=\frac{17}{9} \Rightarrow y=2-\log_2 \frac{17}{9} \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ pt có hai nghiệm $(x, y)=(1; 2) \& (x, y)=\left(\frac{17}{9}; 2-\log_2 \frac{17}{9}\right)$	0,25
III	Tính giới hạn $I=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}-\sqrt{x^2+1}}{x^2}$	1,00
	$I=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{x^2}-1)-(\sqrt{x^2+1}-1)}{x^2}=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}-1}{x^2}-\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x^2}=I_1-I_2$	0,25
	$I_1=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2}-1}{x^2}=1; I_2=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x^2-1}{(\sqrt{1+x^2}+1)x^2}=\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}+1}=\frac{1}{2}$	0,50
	$I=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. Vậy giới hạn $I=\frac{1}{2}$	0,25
V	Không dùng máy tính, bảng số hãy so sánh các số sau đây:	1,00
	<p>a) $\log_5 7$ & $\log_{13} 17$.</p> $\begin{cases} \log_5 7-1=\log_5 \frac{7}{5} \\ \log_{13} 17-1=\log_{13} \frac{17}{13} \end{cases} \text{ do } \frac{7}{5} > \frac{17}{13} \Rightarrow \log_5 \frac{7}{5} > \log_5 \frac{17}{13} = \log_5 13 \cdot \log_{13} \frac{17}{13} > \log_{13} \frac{17}{13}$ <p>Vậy: $\log_5 7 > \log_{13} 17$</p>	0,50
	b) $\log_{20} 80$ và $\log_{80} 640$	0,50

		$\begin{cases} \log_{20} 80 = 1 + \log_{20} 4 = 1 + \frac{2}{\log_2 20} = 1 + \frac{6}{\log_2 8000} \\ \log_{80} 640 = 1 + \log_{80} 8 = 1 + \frac{3}{\log_2 80} = 1 + \frac{6}{\log_2 6400} \end{cases} \Rightarrow \log_{20} 80 < \log_{80} 640$	
IV		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$	2,00
	1	Chứng minh rằng $AM \perp BP$ và tính thể tích khối tứ diện $CMNP$	1,00
		<p>Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp AD$ (do ΔSAD đều) . Lại do $(SAD) \perp (ABCD) = AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. $\square ABNH$ là hình chữ nhật . $AN \cap BH = K \Rightarrow K$ là trung điểm của $BH \Rightarrow MK \parallel SH$ & $MK = \frac{1}{2}SH$ (do MK là đường trung bình của ΔSHB) từ đó suy ra $MK \perp (ABCD) \Rightarrow MK \perp BP$ (1) $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AN} = \left(\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} \right) \left(\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC} \right) = \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}^2 - \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}^2 = 0 \Rightarrow BP \perp AN$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow BP \perp (AMN) \Rightarrow BP \perp AN$</p>	0,50
		$SH = a\sqrt{3} \Rightarrow MK = \frac{a\sqrt{3}}{2}, dt_{\Delta CNP} = \frac{1}{2} CN \cdot CP = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V_{CMNP} = V_{M.CNP} = \frac{1}{3} MK \cdot dt_{\Delta CNP}$ $V_{CMNP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3$	0,50
	2	$AC \cap BD = \{O\} \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Dựng $Ot \parallel SH$ thì Ot là trục đường tròn $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm ΔSAD trong mặt phẳng (SH, Ot) dựng $Gl \parallel OH \Rightarrow Gl$ là trục đường tròn (SAD) . $Gl \cap Ot = \{I\} \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$	0,50
		Gọi bán kính mặt cầu là $R \Rightarrow R = IS = \sqrt{OH^2 + SG^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2}{3} a\sqrt{3} \right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}$	0,50
Vla		.Lập Pt đường tròn đi qua A cắt d tại hai điểm B, C sao cho $AB = AC$ và $AB \perp AC$.	1,00
		Theo gt thì ΔABC vuông cân tại A và đường tròn cân lập là đường tròn đường kính BC .Ta có $B(t; 2-t) \in (d) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t-3; -t-1)$. Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1)$. Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 45^\circ$	0,25
		$\Rightarrow \cos \widehat{ABC} = \left \cos(\overrightarrow{AB}; \vec{u}) \right = \frac{ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} }{ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} } \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{ t-2 }{\sqrt{2} \cdot \sqrt{(t-3)^2 + (-t-1)^2}}$	0,25
		$\Leftrightarrow 2t^2 - 4t + 10 = (2t-2)^2 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \vee t = 3 \Rightarrow B(-1; 3) \vee B(3; -1)$ do vai trò B, C như nhau do đó $\begin{cases} B(3; -1) \\ C(-1; 3) \end{cases} \vee \begin{cases} C(3; -1) \\ B(-1; 3) \end{cases}$	0,25
		Khi đó đường tròn cân lập (Ω) có tâm $I(1; 1)$ trung điểm BC bán kính $R = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + 4^2} = 2\sqrt{2}$. $(\Omega): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$	0,25
7a		Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $\left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right) (1+2x)^{18}$	1,00

		$\left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right)(1+2x)^{18} = \frac{1}{4}(1+2x)^{20} = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k (2x)^k = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k 2^k x^k$	0,50
		Từ đó hệ số của x^8 trong khai triển là $\frac{1}{4} C_{20}^8 \cdot 2^8 = 64 C_{20}^8 = 8062080$	0,50
VIb		Lập pt đường thẳng (d) đi qua M cắt (C) tại A, B phân biệt sao cho $MA = 3MB$.	1,00
		<p>(C) có tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 5 < IM = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13} \Rightarrow M$ nằm ngoài đường tròn (C). Đặt $MB = h > 0 \Rightarrow AB = 2h$. Hạ $IH \perp d \Rightarrow HA = HB = h$</p> <p>Trong tam giác vuông $IHB \Rightarrow IH^2 = IB^2 - HB^2 = 25 - h^2$ (1)</p> <p>Trong tam giác vuông $IHM \Rightarrow IH^2 = MI^2 - MH^2 = 52 - 4h^2$ (2)</p>	0,25
		<p>từ (*) và (**) ta có $25 - h^2 = 52 - 4h^2 \Rightarrow h^2 = 9 \Rightarrow h = 3 \Rightarrow IH^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow IH = 4$</p> <p>Vậy khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng (d) là $d(I; (d)) = 4$</p>	0,25
		<p>Ta có (d): $a(x-7) + b(y-3) = 0$ (đ/k $a^2 + b^2 > 0$)</p> <p>$d(M; (d)) = 4 \Leftrightarrow \frac{ -6a-4b }{\sqrt{a^2+b^2}} = 4 \Leftrightarrow 5a^2 + 12ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 5a + 12b = 0 \end{cases}$</p>	0,25
		<p>Nếu $a = 0 \Rightarrow (d): y - 3 = 0$</p> <p>Nếu $5a + 12b = 0$ chọn $a = 12, b = -5 \Rightarrow (d): 12x - 5y - 69 = 0$</p>	0,25
7b		Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất...	1,00
		<p>Trong 9 thẻ đã cho có hai thẻ ghi số chia hết cho 4 (các thẻ ghi số 4 và 8), 7 thẻ còn lại ghi số không chia hết cho 4.</p> <p>Giả sử rút x ($1 \leq x \leq 9; x \in \mathbb{N}$), số cách chọn x từ 9 thẻ trong hộp là C_9^x, số phần tử của không gian mẫu là $\Omega = C_9^x$.</p> <p>Gọi A là biến cố : "Trong số x thẻ rút ra, có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4"</p> <p>Số cách chọn tương ứng với biến cố \bar{A} là $\bar{A} = C_7^x$.</p> <p>Ta có $p(\bar{A}) = \frac{C_7^x}{C_9^x} \Rightarrow p(A) = 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x}$</p>	0,25
		Do đó $p(A) > \frac{5}{6} \Leftrightarrow 1 - \frac{C_7^x}{C_9^x} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow x^2 - 17x + 60 < 0 \Rightarrow 5 < x < 12 \Rightarrow 6 \leq x \leq 9$	0,25
		Vậy giá trị nhỏ nhất của x là 6. Vậy số thẻ ít nhất phải rút là 6.	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

- Đáp án trình bày một cách giải gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh.
- Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

----- Hết -----