

Échafaudages

Calculs

par **René SANDBERG**

Ingénieur de l'École centrale de Paris

Bernard BEZIAT

Ingénieur de l'École de travaux publics

Claude BONETAT

Ingénieur Conseil

et **Patrick ROSSIGNOL**

Chargé des questions techniques au Syndicat de l'Échafaudage

1. Actions s'exerçant sur une structure d'échafaudage	C 127 – 2
1.1 Charges permanentes	— 2
1.2 Charges variables	— 2
1.2.1 Charges d'exploitation	— 2
1.2.2 Charges climatiques	— 2
1.3 Combinaisons de charges	— 3
2. Vérification des structures d'échafaudages. Principes des états limites.....	— 3
2.1 État limite ultime (ELU)	— 4
2.2 État limite de service (ELS)	— 4
2.3 Vérification de la stabilité globale	— 4
2.4 Imperfections	— 5
3. Méthodes d'analyses.....	— 6
3.1 Analyse au premier ordre	— 6
3.2 Analyse au second ordre	— 7
3.3 Procédure informatique/Modélisation	— 7
3.4 Rappels concernant le flambement	— 7
3.4.1 Charge critique d'Euler.....	— 7
3.4.2 Charge critique d'une structure réticulée à poteaux comprimés ...	— 8
3.4.3 Plan vertical de cadres dans un treillis à barrettes de liaison	— 9
3.4.4 Flèche sous chargement latéral et compression axiale simultanée	— 10
3.4.5 Rappel des équations des barres et des nœuds	— 10
Références bibliographiques	— 11
Pour en savoir plus.....	Doc. C 125v2

Dans ce dossier sont indiquées les données sur lesquelles sont établis les calculs. Ces calculs sont basés sur la connaissance des actions dont les combinaisons s'appliquent en fonction de la destination de la structure.

La méthode aux états limites exposée ici sera prise en compte avec les coefficients de sécurité applicables, et les calculs eux-mêmes seront effectués par analyse au 1^{er} ordre ou au 2^e ordre.

Pour de plus amples renseignements, le lecteur est invité à consulter les dossiers [C 125 v2] et [C 126] déjà parus et concernant aussi les échafaudages (« Destination et cadre réglementaire » et « Matériaux et matériels »).

1. Actions s'exerçant sur une structure d'échafaudage

Ces actions peuvent être classées en deux groupes :

- les charges permanentes ;
- les charges variables.

1.1 Charges permanentes

Ce sont essentiellement le **poids propre** qui tient compte de tous les composants de l'échafaudage (poteaux, lisses, traverses, diagonales, protections latérales, planchers, plinthes, recouvrements, raccords, etc.).

1.2 Charges variables

Ces charges sont :

- les charges d'exploitation ;
- les charges climatiques ;
- et les combinaisons de ces charges.

1.2.1 Charges d'exploitation

Ce sont :

- **pour les échafaudages de service**, des charges sur les planchers (stockage, personnel) (cf. [C 128] § 1.1 et 1.2) ;
- **pour les échafaudages d'étalement**, des charges provenant du béton et de son coffrage ou des pièces à soutenir en cours de construction (cf. [C 128] § 1.3) ;
- **pour les structures provisoires** (cf. [C 128] § 1.4).

1.2.2 Charges climatiques

Ce sont principalement les charges dues aux actions du vent et de la neige ; elles sont définies par les règles NV 65 et annexes, modifiées en mai 1995 et décembre 1999 (cf. [Doc. C 125 v2]).

Un projet de norme européen ENV 1992-2-4 Eurocode 1 est en cours d'élaboration.

Cependant, certains problèmes relatifs aux échafaudages n'ont pas été traités dans ces documents ; il sera donc surtout précisé, dans le texte ci-dessous, les aspects spécifiques liés à l'échafaudage, en tenant compte de résultats complémentaires provenant d'essais effectués en Europe. Ces résultats sont exploités dans les normes européennes sur les échafaudages. Ils s'appliquent aux structures réticulées de service, d'étalement et aux structures provisoires autres que les hangars, supports de couverture, tours fermées, par exemple, qui sont justiciables des règles NV 65 et annexes.

1.2.2.1 Charges dues au vent

La norme NF EN 12811-1 (cf. [Doc. C 125 v2]) donne, pour une structure recouverte ou non recouverte, la formule suivante pour la force s'exerçant sur le composant i de l'échafaudage (article 6.2.7.1) dans une direction donnée :

$$F_i = q_i \times C_{fi} \times A_i \times C_s$$

avec	q_i	pression du vent,
	C_{fi}	coefficient de pression,
	A_i	maître couple,
	C_s	coefficient d'emplacement.

Tous les composants soumis à l'effet du vent doivent être pris en compte (poteaux, lisses, traverses, garde-corps, diagonales, planchers, plinthes, bâches, tôles, filet) sans effet d'écran. Les effets du vent sur les nœuds d'assemblage (raccords, pontets, rosaces) seront négligés.

■ Pression du vent « q » (N/m²)

● Vent hors service, échafaudage de chantier

La pression de base q_{10} , indiquée dans la norme, correspond aux régions de la carte nationale, corrigée suivant la formule :

pour un vent normal :

$$q_{corrH} = q_{10} \times \frac{H + 18}{H + 60} \times k_s \times k_m \times \delta$$

avec	H	hauteur (en m) (NV 65 article 1.2.4.1.),
	k_s	coefficient de site (NV 65 article 1.2.4.2.),
	k_m	coefficient de masque (NV 65 article 1.2.4.3.),
	δ	coefficient de dimension (NV 65 article 1.2.4.4.).

● Vent extrême

On fera un calcul de vérification en prenant comme valeur de la pression $1,75 \times q_{corrH}$, les autres actions (poids propre et charges d'exploitation) étant pondérées par 1,00 (cf. en [Doc. C 125 v2] – règles CM66 1.2.13 DTUP 22-701).

● Vent en service pour un échafaudage non recouvert

On doit se limiter à une pression $q = 200$ N/m², valeur au-delà de laquelle le personnel ne doit plus être sur l'échafaudage.

Remarque concernant les échafaudages de façade préfabriqués

Les échafaudages, non recouverts ou recouverts (bâches, tôles, filets), font l'objet d'essais et de calculs qui permettent aux fabricants d'obtenir la conformité aux normes ou la certification Marque NF Échafaudages, pour une classe de charge revendiquée pour un type donné dans une configuration conventionnelle.

Les calculs sont faits par les fabricants suivant des conditions conventionnelles (cf. § 3.1).

Conditions d'application

Le vent hors service est défini par la courbe du tableau 3 de la norme NF EN 12810-1, courbe qui couvre 70 % des chantiers au plan européen (cf. [C 128] § 1.1).

Pour le vent conventionnel en service $q = 200$ N/m².

Les fabricants remettent aux utilisateurs des notices techniques relatives à ces conditions.

Sur un chantier, lorsque la pression est supérieure à la valeur indiquée par les notices pour le vent hors service, il faut procéder aux calculs de vérification avec la pression du vent du site considéré.

■ Coefficient de pression C_f

● **Pour les échafaudages non recouverts**, le coefficient peut être uniformément pris égal à $C_f = 1,3$ (NF EN 12811-1). Il s'applique pour les composants tels que tubes, planchers, plinthes, zone de 400 mm au-dessus du plancher de travail, dans le cas de stockage éventuel.

● **Pour les échafaudages recouverts** (bâches, tôles, filets) :

- vent perpendiculaire à la façade : $C_f = 1,3$;
- vent parallèle à la façade :
 - sur la face parallèle à la façade : $C_f = 0,1$,

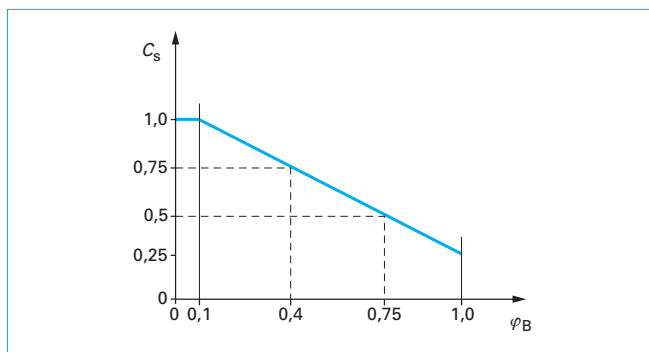


Figure 1 – Coefficient d'emplacement C_s perpendiculaire pour les échafaudages de service montés devant une façade et pour des charges dues à l'action du vent perpendiculaires à la façade

- sur les faces d'extrémité perpendiculaires à la façade, en global : $C_f = 1,3$ soit (0,8 face au vent + 0,5 face sous le vent). N'est envisagé ici que le cas où les deux faces d'extrémité sont recouvertes.

■ Maître couple A_i

Le maître couple A_i est la projection orthogonale de la surface du composant i sur un plan normal à la direction du vent.

■ Coefficient d'emplacement C_s

Ce coefficient de réduction ne s'applique qu'aux échafaudages de façade accolés à un bâtiment existant ou en construction (pour une structure isolée $C_s = 1,00$).

● Détermination de C_s pour les échafaudages de façade non recouverts

C_s est fonction de la valeur de la « plénitude ϕ_B » du bâtiment accolé, rapport de la surface pleine à la surface totale de celui-ci (figure 1).

En général, en France, pour un bâtiment en construction :

$$\phi = 0,7 \text{ d'où } C_s = 0,50$$

En Europe, pour un autre mode de construction avec moins de fermeture, on prend : $\phi = 0,4$ avec $C_s = 0,75$ (cf. NF EN 12810-1 tableau 6).

● Détermination de C_s pour les échafaudages de façade recouverts (figure 2)

Le diagramme de l'annexe A de la norme NF EN 12811-1 donne les valeurs de C_s fonction de la plénitude du bâtiment pour :

- un filet (courbe 1 de la figure 2) ;
- une bâche ou une tôle (courbe 2).

La courbe 3 est applicable pour la détermination des efforts aux ancrages de traction perpendiculaires à la façade d'échafaudages recouverts de bâche, de filet ou de tôle.

1.2.2.2 Neige [1]

Les règles NV 65 et annexes, modifiées en mai 1995 et décembre 1999 donnent les charges dues à la neige à l'aide d'une carte et d'un tableau des valeurs suivant les régions ainsi qu'un tableau des valeurs en fonction de l'altitude (surcharges normales et surcharges extrêmes).

Dans la prise en compte d'une combinaison de charges faisant intervenir le vent et la neige, la charge de neige peut être réduite de moitié.

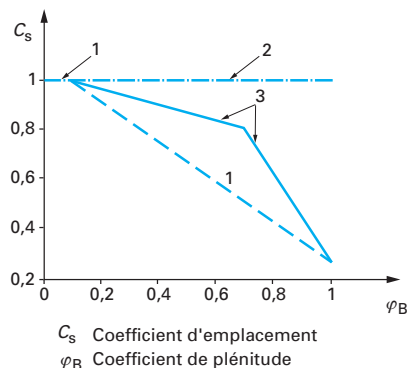


Figure 2 – Coefficient d'emplacement, C_s , pour échafaudages de service recouverts devant une façade

Courbe 1 - Recouvrement par filet dans les deux directions perpendiculaire et parallèle au vent.
 Courbe 2 - Bâche ou tôle de protection dans les deux directions perpendiculaire et parallèle au vent.
 Courbe 3 - Pour bâche ou tôle de protection, mais seulement pour le calcul des efforts d'ancrage de traction perpendiculaires à la façade.

Figure 2 – Coefficient d'emplacement, C_s , pour échafaudages de service recouverts devant une façade

Dans le cas de surcharge extrême due au vent, le coefficient de pondération des charges permanentes, des charges d'exploitation et de neige est pris égal à 1,0.

Remarque

Concernant les échafaudages de façade préfabriqués, il n'est pas demandé, dans la vérification pour les conditions conventionnelles de l'échafaudage type, de tenir compte de la charge de neige.

1.3 Combinaisons de charges

Ces combinaisons seront traitées dans le dossier [C 128] aux paragraphes 1.1, 1.2, 1.3, 1.4. En particulier, au paragraphe 1 seront indiqués certains cas de combinaisons de charges, relatifs aux différentes structures étudiées.

2. Vérification des structures d'échafaudages. Principes des états limites

Les échafaudages sont des charpentes métalliques très particulières par leur composition principale, en tubes métalliques (ronds pour la plupart), liés entre eux par des raccords ou des jonctions avec des pontets soudés aux tubes (systèmes modulaires) ou soudés entre eux (systèmes à cadres).

Ils doivent être conçus de manière à remplir les conditions de sécurité vis-à-vis de la stabilité et de l'aptitude à l'emploi sous les combinaisons de charges les plus défavorables (cf. [C 128]) dans toutes les phases de montage, d'utilisation, de démontage.

Ils ne doivent présenter ni déformations exagérées, ni phénomènes de flambement (locaux ou globaux), ni de déversement.

Leur stabilité d'ensemble doit être assurée et ils ne doivent être susceptibles ni de renversement, ni de glissement. Les composants de ces structures, du fait de leurs réemplois, doivent rester dans le domaine élastique.

Les efforts, provenant des structures et s'exerçant sur les fondations et sur les constructions auxquelles éventuellement ces structures peuvent être reliées, doivent faire partie des données communiquées au maître d'œuvre.

Dans les calculs, les liaisons sont considérées soit comme des encastres parfaits ou partiels, soit comme des articulations. Il est très important d'être conscient de la légèreté des éléments et des caractéristiques des jonctions qui conduisent, sous l'action des efforts horizontaux, à des déformations supérieures à celles rencontrées sur des charpentes classiques. Il faut tenir compte également des jeux, des déplacements et des rotations aux jonctions des pièces dont les axes peuvent ne pas être concourants.

En revanche, les problèmes de déversement rencontrés dans les charpentes classiques pour les profils ouverts ne concernent pas les composants de ces structures, en dehors des fers de types H ou I disposés en tête pour supporter les coffrages, ou à la base pour répartir les efforts aux appuis.

La méthode de calcul est celle des états limites ultimes (ELU) et des états limites de service (ELS) [se référer à ENV 1993-1-1 pour l'acier et ENV 1999-1-1 pour les alliages d'aluminium (cf. [Doc. C 125 v2])].

2.1 État limite ultime (ELU)

■ Valeur de calcul d'une action

La structure est soumise à des actions ; on appelle valeur caractéristique F_K d'une action sa valeur nominale (valeur de service, charge d'utilisation).

La valeur de calcul F_D d'une action s'obtient en multipliant F_K par γ_F , coefficient partiel de sécurité correspondant au genre de l'action (poids propre, charges d'exploitation, charges climatiques, etc.) :

$$F_D = F_K \times \gamma_F$$

C'est F_D qui est introduit dans les calculs. Dans le but de simplifier et de se placer en sécurité, la norme NF EN 12811-1 a unifié à la valeur supérieure :

- $\gamma_F = 1,5$ pour l'acier ;
- $\gamma_F = 1,7$ pour les alliages d'aluminium.

■ Effets des actions

Pour chaque élément, on désigne par S_D la somme des effets internes induits par les valeurs de calcul des actions s'exerçant sur la structure (cf. § 3).

■ Valeur de calcul R_D de la résistance du matériau

R_D est le résultat de la division de la résistance caractéristique R_K du matériau par un coefficient partiel de sécurité γ_M lié à celui-ci :

$$R_D = \frac{R_K}{\gamma_M}$$

Pour l'acier et pour les alliages d'aluminium, on prend en général $\gamma_M = 1,1$.

Dans les calculs, la résistance caractéristique du matériau, pour les éléments, correspond à la limite d'élasticité nominale.

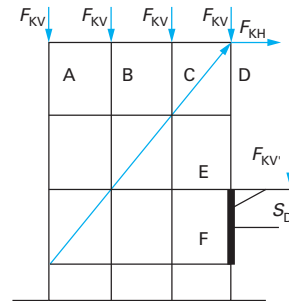
■ Vérification

On doit s'assurer que, pour tout élément, l'inégalité suivante est respectée :

$$S_D \leq R_D$$

■ Exemple

Considérons le schéma ci-dessous et déterminons la valeur de calcul des actions.



- En A, B, C, D, on a : $F_{KV} \times \gamma_F$ verticale ;
- En D, on a : $F_{KH} \times \gamma_F$ horizontale ;
- En E, on a une console chargée en extrémité par $F_{KV'}$.

La valeur S_D induite dans l'élément EF, somme des effets des actions de calcul (avec majoration pour le flambement dans le cas d'une analyse au 1^{er} ordre (cf. § 3.1)) doit répondre à l'inégalité :

$$S_D \leq R_D$$

2.2 État limite de service (ELS)

Pour un critère donné, par exemple pour le cas d'une flèche, la valeur calculée avec les actions caractéristiques (charges d'utilisation) ne doit pas dépasser la valeur caractéristique fixée à la flèche (flèche admissible).

2.3 Vérification de la stabilité globale

■ Renversement

Pour être dans le domaine de sécurité à l'égard du renversement d'une structure rigide posée sur le sol, on doit satisfaire à l'inégalité :

$$M_S \geq 1,75 M_{RV} + 1,5 M'_R$$

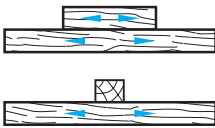
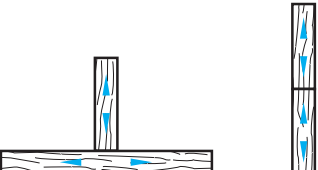
avec	M_S	moment de stabilité dû aux charges permanentes caractéristiques,
	M_{RV}	moment de renversement dû au vent normal (caractéristique) sur le site,
	M'_R	moment de renversement dû à une autre action caractéristique éventuelle.

On peut améliorer le moment de stabilité en donnant de l'empattement ou en ajoutant un lest (il faudra vérifier la tenue de la fondation). On peut aussi fixer la structure sur la fondation ou combattre le renversement en utilisant des haubans.

■ Glissement

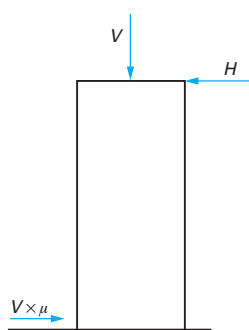
Le glissement peut être contrarié par le frottement de la structure sur le sol.

Tableau 1 – Coefficients de frottement μ pour les différentes combinaisons de matériaux (extrait du tableau A.1 de NF EN 12812)

Combinaison de matériaux de construction	Coefficient de frottement μ	
	Maximal	Minimal
1 Bois/bois Surface de frottement parallèle aux fibres ou perpendiculaire aux fibres 	1,0	0,4
2 Bois/bois Au moins une surface de frottement perpendiculaire aux fibres (bois de bout ou bois débité) 	1,0	0,6
3 Bois/acier	1,2	0,5
4 Bois/béton	1,0	0,8
5 Acier/acier	0,8	0,2
6 Acier/béton	0,4	0,3
7 Acier/mortier d'arasement	1,0	0,5
8 Béton/béton	1,0	0,5

L'inégalité suivante doit être satisfaite pour une structure stable au renversement (schéma ci-dessous) :

$$H \times \gamma_F \leq V \times \mu$$



avec H action caractéristique du glissement,
 γ_F coefficient partiel de sécurité (= 1,5),
 V charge caractéristique verticale,
 μ coefficient de frottement.

Le glissement peut aussi être combattu par la mise en place d'une butée au sol ou par ancrage.

La valeur des coefficients de frottement μ pour différentes combinaisons de matériaux est donnée dans le tableau 1.

2.4 Imperfections

On tiendra compte, pour les calculs de la structure, de l'aspect géométrique de celle-ci, localement et globalement.

■ Imperfection de montage

On peut prendre, pour un échafaudage libre en tête, une inclinaison de $1/200^\circ$.

■ Imperfection de montage des montants

L'inclinaison d'un montant par rapport au précédent ou au socle, ψ (figures 3 et 4), est telle que :

$$\tan \psi = \frac{D_i - d_0}{\ell_0}, \text{ mais au moins égal à } 0,01$$

avec D_i diamètre intérieur nominal du poteau,
 d_0 diamètre extérieur nominal du goujon d'assemblage ou du socle réglable,
 ℓ_0 longueur nominale du recouvrement.

S'il y a n montants côte à côte, on peut réduire ψ à ψ_n calculé par :

$$\tan \psi_n = \tan \psi \sqrt{0,5 + \frac{1}{n}}$$

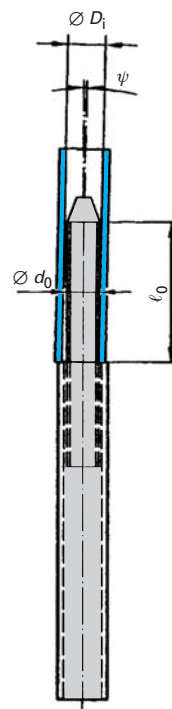


Figure 3 – Angles d'inclinaison entre montants tubulaires

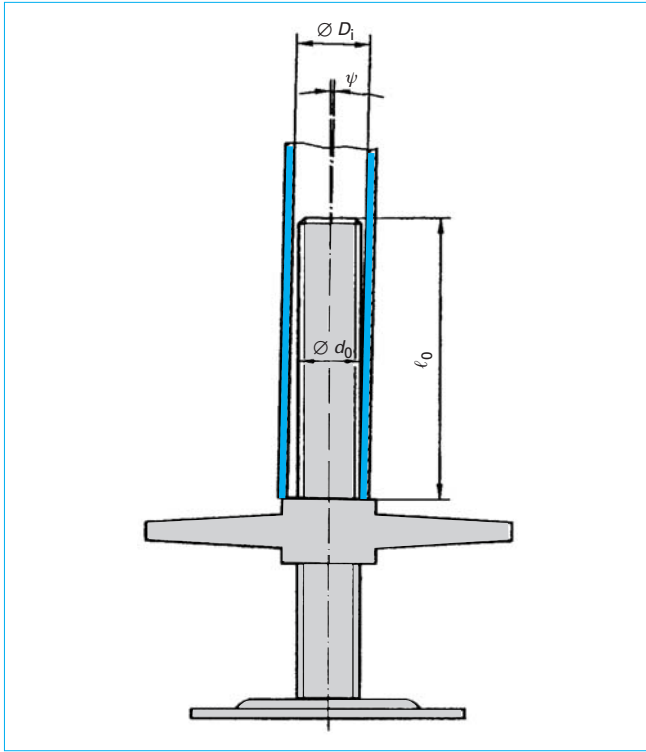


Figure 4 – Angle d'inclinaison entre un socle réglable et un montant tubulaire

3. Méthodes d'analyses

Pour établir leur justification sous les charges appliquées, les structures réticulées des échafaudages sont en général analysées par ordinateur, en utilisant des logiciels appropriés, avec une modélisation convenable, tenant compte des conditions aux limites, des liaisons entre éléments, de la configuration géométrique et des imperfections.

Pour ces ensembles de barres, l'analyse peut être améliorée en introduisant des nœuds complémentaires, ce qui augmente le nombre de tronçons et, suivant les cas, la justification peut être faite :

- soit par une analyse au premier ordre ;
- soit par une analyse au second ordre ;

avec une structure modélisée bidimensionnelle ou tridimensionnelle.

Les résultats d'analyse à exploiter sont principalement les efforts normaux dans les barres, les moments de flexion, les déplacements et les réactions aux appuis.

3.1 Analyse au premier ordre

Cette analyse se fait sur la géométrie initiale de la structure (figure 5).

■ Si le type de matériel (tubes et raccords, modulaires) présente des encastres partiels, la relation M/α ne peut être suivie comme dans le cas d'une analyse au second ordre.

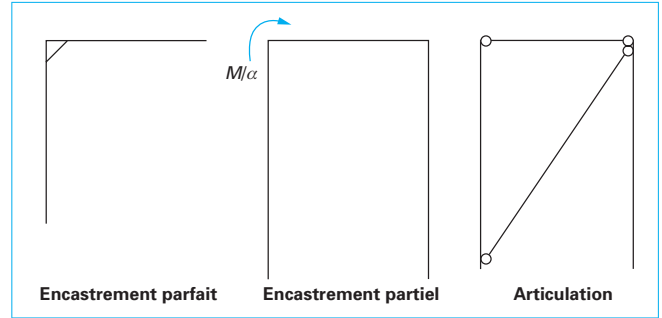


Figure 5 – Différents modes de jonction

Il faut alors choisir une valeur donnée M/α (cf. [C 126] § 2 encastres partiels) pour l'analyse.

Exemple : pour les tubes et raccords, la référence [1] de la bibliographie en [Doc. C 125 v2] conseille 20 daN pour M pour les tubes de 48 mm de diamètre.

Dans les matériels à cadres se rencontrent seulement des encastres parfaits par soudure et des articulations par emboîtements.

Si les structures utilisant le matériel à encastres partiels sont complètement triangulées, on peut considérer les nœuds comme articulés, ce qui va dans le sens de la sécurité.

On devra tenir compte, pour les diagonales accrochées aux pontets, d'une variation de longueur relative au jeu éventuel dans le cas des échafaudages modulaires.

■ D'autre part, cette analyse ne peut être validée que si, pour tout élément en compression :

$$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{VD}} \geq 2$$

avec α_{cr} coefficient de charge de flambement élastique,
 F_{cr} charge critique,
 F_{VD} charge de compression de calcul.

Dans le cas où cette condition est remplie, les résultats de l'analyse au premier ordre doivent, pour les éléments en compression, être majorés en fonction du coefficient α_{cr} , ce qui nécessite de connaître la charge critique. Si la complexité de la structure ne permet pas de déterminer facilement la charge critique, on pourra recourir à une analyse au flambement.

Les coefficients de majoration peuvent actuellement être pris dans les règles CM66 [2] pour l'acier et AL76 pour les alliages d'aluminium.

Par exemple, pour un élément comprimé en acier :

$$k_1 \sigma_{cd} + k_f \sigma_{fd} < \frac{f_{y\text{nom}}}{\gamma_M} ; \gamma_M = 1,1$$

avec σ_{cd} contrainte de l'effort normal de calcul,
 σ_{fd} contrainte de flexion de calcul,
 $f_{y\text{nom}}$ limite élastique nominale (σ_e),
 γ_M coefficient partiel de sécurité du matériau,

$$k_1 = \frac{\alpha_{cr} - 1}{\alpha_{cr} - 1,3} ,$$

$$k_f = \frac{\alpha_{cr} + 0,25}{\alpha_{cr} - 1,3} .$$

3.2 Analyse au second ordre

Cette analyse tient compte de la déformation de la structure due aux charges qui lui sont appliquées (elle porte aussi l'appellation d'analyse P delta ou PΔ) (cf. [C 126]).

Elle n'exige pas la connaissance de la charge critique des éléments en compression et peut être mise en œuvre pour tout système stable décrit en [C 126], même pour ceux ayant des liaisons à encastrements partiels (tubes et raccords, modulaires), car le déroulement du calcul informatique peut tenir compte des courbes de l'encastrement partiel (M/α) du raccord ou de la liaison au nœud modulaire.

La vérification pour un élément se fait en utilisant l'inégalité :

$$S_D \leq R_D ; S_D = \sigma_{cd} + \sigma_{fd}$$

avec R_D limite élastique de calcul sachant que :

$$R_D = \frac{f_{y\text{nom}}}{\gamma_M} ; \gamma_M = 1,1$$

3.3 Procédure informatique/Modélisation

Dans le cas des structures d'échafaudages, les données suivantes pour l'analyse informatique sont à fournir :

- la géométrie de la structure, les coordonnées des nœuds et, s'il y a lieu, celles des nœuds complémentaires, les coordonnées des appuis ;
- les caractéristiques des matériaux ;
- les caractéristiques des barres ;
- les caractéristiques des liaisons des barres ;
- les charges appliquées.

Dans la modélisation, on doit tenir compte de la nature des liaisons et de la nature des appuis.

Lorsqu'il y a des planchers **participants**, comme dans les échafaudages de façade, par exemple :

- si le calcul est mené à l'aide d'un modèle bidimensionnel, on peut considérer un effet ressort en certains points (paramètre indiqué par le fournisseur) ;
- si le calcul est mené à l'aide d'un modèle tridimensionnel, on peut remplacer les planchers, pour le calcul, par des diagonales fictives (caractéristique indiquée par le fournisseur).

3.4 Rappels concernant le flambement

Pour de plus amples renseignements on se reportera au dossier [C 2 595] dans la base documentaire « *Structure et gros œuvre* » [3].

3.4.1 Charge critique d'Euler

Pour une pièce comprimée, le flambement est un phénomène de ruine dû à de grandes déformations. Ce phénomène est dangereux car très soudain.

Dans une pièce parfaitement droite, homogène, soumise à une charge axiale, la ruine se produit pour une valeur P_{cr} , charge critique d'Euler, qui dépend des caractéristiques de la pièce et des conditions aux extrémités (figure 6) :

— pièce biarticulée (figure 6 a) : $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{h^2}$; $\ell_f = h$

— pièce articulée en pied et encastrée en tête (figure 6 b) : $P_{cr} = \frac{2\pi^2 EI}{h^2}$; $\ell_f = 0,7h$

— pièce biencastrée (figure 6 c) : $P_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{h^2}$; $\ell_f = \frac{h}{2}$

— pièce encastrée en pied et libre en tête (figure 6 d) : $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{4h^2}$; $\ell_f = 2h$

avec E module longitudinal d'élasticité,
 I moment minimal d'inertie de la section,
 h longueur de la pièce,
 ℓ_f longueur libre de flambement.

P_{cr} est la valeur idéale qu'on ne peut en principe atteindre par essais, mais la procédure du CM66 permet de remonter de la valeur d'affaissement à la valeur critique qui est une valeur théorique importante.

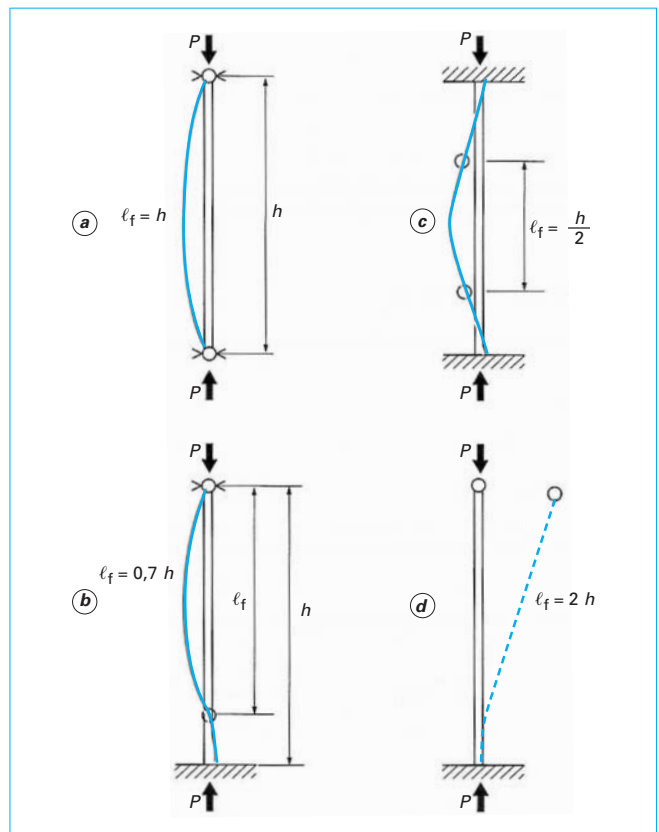


Figure 6 – Différentes conditions aux extrémités

L'élanement λ , rapport entre la longueur libre de flambement et le rayon de giration minimal, doit être limité, car P_{cr} décroît avec son carré :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2 A} \text{ contrainte critique}$$

avec A section.

Il est recommandé de ne pas dépasser un élanement $\lambda = 200$.

3.4.2 Charge critique d'une structure réticulée à poteaux comprimés

3.4.2.1 Structures complètement triangulées

Si la structure est complètement triangulée (figure 7) grâce à un nombre suffisant de diagonales pour assurer la stabilité, on considère que les nœuds sont non déplaçables.

Cela peut être le cas pour des étalements (cf. [C 128] § 1.3).

La valeur de la charge critique globale P_{cr} est donnée par :

$$\frac{1}{P_{cr}} = \frac{1}{\pi^2 EI / h_f^2} + \frac{1}{S} ; S = \frac{Q}{\gamma} = \frac{Qh}{\delta} ; I = 2I_h + A_h \times \frac{\ell^2}{2}$$

S : rigidité (au cisaillement) est le rapport entre l'effort tranchant Q appliqué à un étage et la déformation angulaire γ qui en résulte pour le poteau. S est donc de la dimension d'une force.

γ étant petit est proche de $\tan \gamma = \frac{\delta}{h}$.

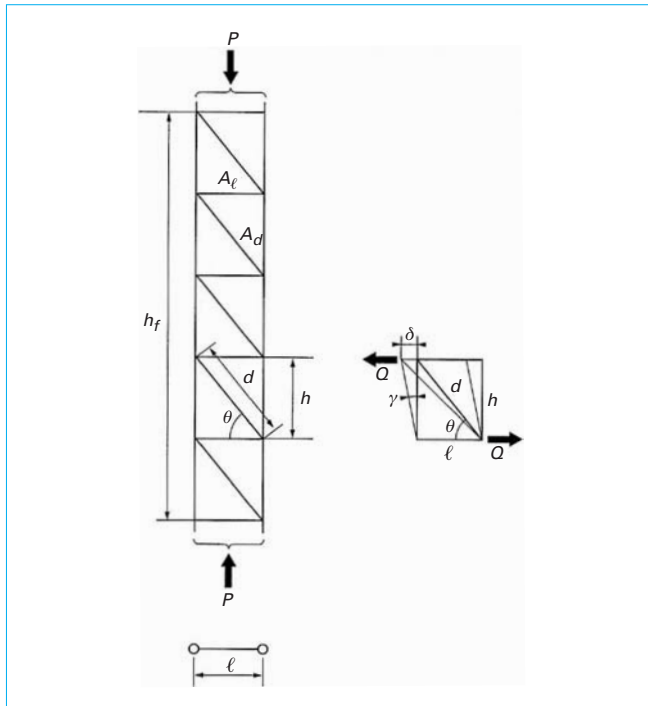


Figure 7 – Treillis triangulé – Effort tranchant

On a :

$$S = \frac{1}{\frac{1}{A_d E \sin \theta \cos^2 \theta} + \frac{\ell}{A_l E h}}$$

avec	ℓ	longueur de travée,
	h	hauteur de poteau,
	d	longueur de diagonale,
	h_f	hauteur totale,
	A_d	section d'une diagonale,
	A_h	section d'un montant,
	A_l	section d'une traverse,
	I_h	moment d'inertie des montants,
	E	module d'élasticité longitudinal.

Pour la sécurité, on doit s'assurer que :

$$\Sigma P \leq \frac{P_{cr}}{2,5}$$

■ Dans le cas de tubes et raccords (figure 8) :

$$S = \frac{h \cos^2 \theta}{4k}$$

avec k caractéristique de souplesse du raccord donné par le fabricant [k est l'inverse du coefficient de raideur $\frac{P}{\Delta_1}$ (cf. [C 126] § 2.1.2.1.4)].

Dans ce cas, la valeur globale de P_{cr} est très diminuée, du fait de la déformabilité due à la faible rigidité au cisaillement.

Pour une structure de six étages, par exemple, P_{cr} est ramené à quelques pour-cent de moins que la valeur de S .

Remarque

Pour une structure triangulée, la rigidité au cisaillement S s'entend aussi pour un étage possédant plusieurs travées et une ou plusieurs diagonales, quel que soit le type de matériel.

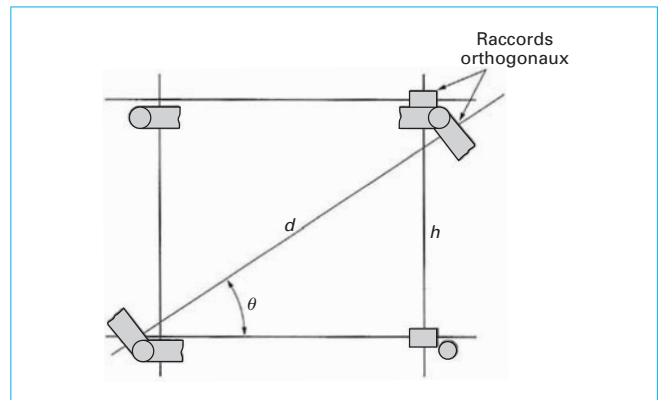


Figure 8 – Treillis triangulé à tubes et raccords (orthogonaux)

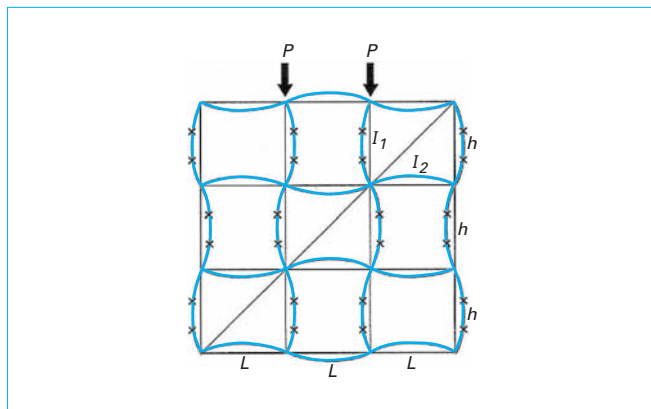


Figure 9 – Systèmes triangulés – Flambement local du poteau. Nœuds à semi-encastrement

En tubes et raccords, s'il y a n diagonales par étage :

$$S = n \times \frac{h \cos^2 \theta}{4k}$$

quel que soit le nombre de travées et quelle que soit la répartition des charges sur les poteaux, si le flambement local est évité.

■ Charge critique locale sur le poteau

Elle correspond à une longueur libre qui dépend des conditions d'extrémités (figure 9).

● En tubes et raccords ou en modulaire

Pour un nœud à encastrement partiel :

$$P_{cr} = \frac{4\mu^2 EI_1}{h^2}$$

avec I_1 moment d'inertie du poteau.

Dans le cas où la moise (traverse) est constituée d'un tube de moment d'inertie I_2 , on peut tirer μ de l'équation :

$$\frac{\tan \mu}{\mu} = \frac{L + 4\varepsilon EI_2}{h}$$

avec $\varepsilon = \frac{\alpha}{M}$ encastrement partiel.

La figure 10 donne la variation de $\tan \mu / \mu$ en fonction de μ^2 .

3.4.2.2 Structures non complètement triangulées

Dans celles-ci, les diagonales installées n'assurent pas tout le contreventement, celui-ci devant tenir compte pour la stabilité :

— d'encastrements partiels dans les systèmes à tubes et raccords et, dans les modulaires, d'encastrements parfaits dans le cas de cadres avec soudures ;

— de la charge critique que l'on peut rechercher par une analyse au flambement ou par essais destructifs sous charges verticales de compression jusqu'à la valeur d'affaissement ou encore par essais non destructifs de déformation sous charges horizontales et verticales (cf. § 3.4.4).

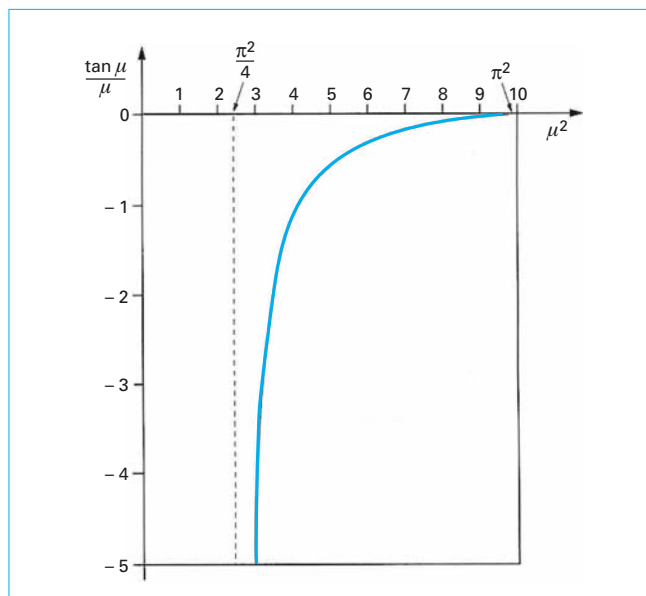


Figure 10 – Variation de $\tan \mu / \mu$ en fonction de μ^2

Remarque

Pour les structures complètement triangulées, à poteaux comprimés, la longueur de flambement du poteau est inférieure ou égale à h hauteur d'étage.

Pour les structures non complètement triangulées, la longueur de flambement du poteau est supérieure à h hauteur d'étage.

3.4.3 Plan vertical de cadres dans un treillis à barrettes de liaison

Pour des encastrements parfaits, la formule approchée donnant P_{cr} , charge critique globale centrée sur le treillis, est :

$$\frac{1}{P_{cr}} = \frac{1}{\pi^2 EI / h_f^2} + \frac{1}{S} ; \quad I = 2I_h + A_h \times \frac{\ell^2}{2}$$

$$S = \frac{Qh}{\delta} = \frac{Q}{\gamma}$$

$$S = \frac{1}{\frac{\ell h}{12EI_\ell} + \frac{h^2}{24EI_h}}$$

Si $I_\ell = I_h$, la formule se simplifie et on a :

$$S = \frac{24EI_\ell}{(2\ell h + h^2)}$$

Remarque

La charge critique globale est sensiblement invariante quelle que soit la répartition égale ou non des charges axiales sur les poteaux,

à condition que le flambement local soit évité. La valeur de $S = \frac{Qh}{\delta}$ peut être déterminée par essai non destructif.

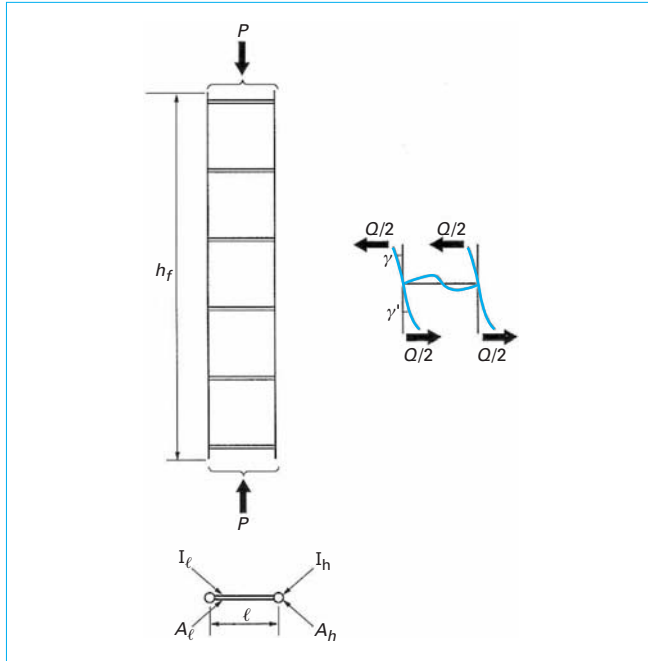


Figure 11 – Treillis à barrettes de liaison – Effort tranchant

3.4.4 Flèche sous chargement latéral et compression axiale simultanée

Si une poutre ou un treillis sont soumis à un chargement latéral (figures 11 et 12) donnant une flèche f_0 et sous un chargement complémentaire axial en compression (P), si la charge critique est P_{cr} , la flèche devient :

$$f_1 = \frac{f_0}{1 - (P/P_{cr})}$$

La majoration devient très grande lorsque P s'approche de P_{cr} .

3.4.5 Rappel des équations des barres et des nœuds

Nous rappelons rapidement ici les définitions concernant la relation existant entre les angles d'extrémité et les moments d'extrémité (figure 13) et donnons l'équation des moments et des angles d'extrémité en un nœud.

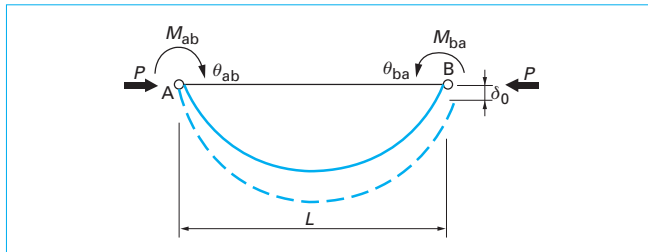
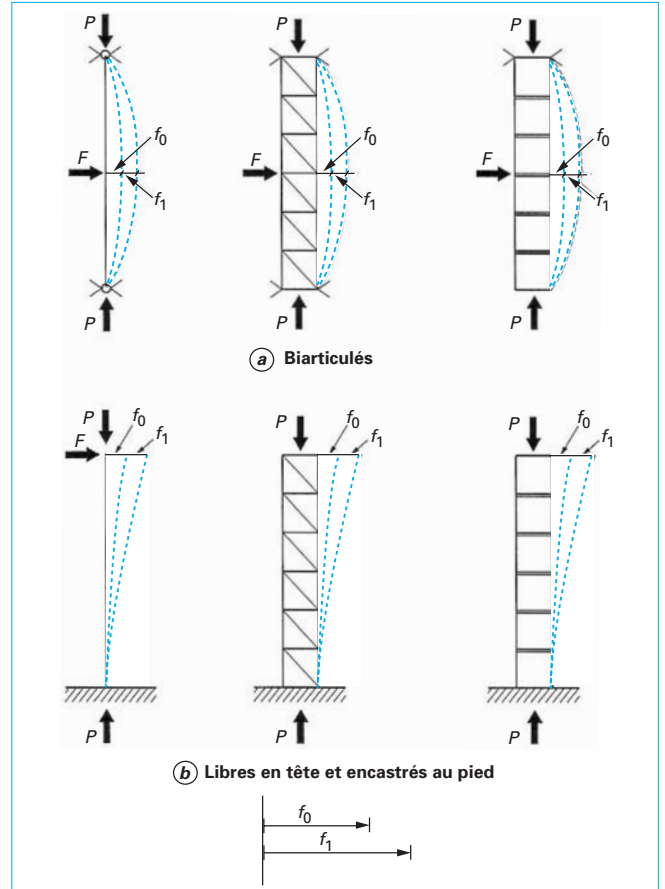
Figure 13 – Déformée AB sous les actions des moments d'extrémité et de la compression P 

Figure 12 – Déformations des poutres et treillis

■ **Angle d'extrémité** : pour la barre AB, c'est l'angle entre la ligne initiale de la barre et la tangente à la ligne déformée ; il est compté comme positif dans le sens des aiguilles d'une montre et négatif dans le sens contraire ; on le note :

$$\theta_{ab} \text{ en A, } \theta_{ba} \text{ en B}$$

■ **Moment d'extrémité** : M_{ab} est le moment par rapport à A des forces et des moments extérieurs appliqués sur la longueur AB ; M_{ab} est positif quand il agit dans le sens des aiguilles d'une montre ; on le note :

$$M_{ab} \text{ en A, } M_{ba} \text{ en B}$$

■ Équations d'une barre d'un système

Pour une barre soumise à des moments d'extrémité et à une compression axiale P , on peut écrire :

$$\frac{EI}{L} \theta_{ab} = \frac{EI}{L} \times \frac{\delta}{L} + M_{ab} f(\mu) + M_{ba} \varphi(\mu)$$

$$\frac{EI}{L} \theta_{ba} = \frac{EI}{L} \times \frac{\delta}{L} + M_{ab} \varphi(\mu) + M_{ba} f(\mu)$$

$$f(\mu) = \frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\mu \tan \mu} ; \mu = L \sqrt{\frac{P}{EI}}$$

$$\varphi(\mu) = \frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{\mu \sin \mu}$$

avec L longueur de la barre,
 E module d'élasticité longitudinal,
 I moment d'inertie de la barre.

δ est positif si l'appui dénivelé est en B.

$$\text{Pour } \mu = 0 ; f(0) = \frac{1}{3} ; \varphi(0) = -\frac{1}{6}$$

On lève l'indétermination par l'utilisation du développement en séries entières de $\varphi(\mu)$ et de $f(\mu)$.

Ces équations pourront être retrouvées dans la référence [1] annexe A, avec les courbes correspondantes. Elles figurent aussi dans « *Théorie de la stabilité élastique* », chapitre 1^{er}, article 4 de Timoshenko (avec des notations différentes).

■ Équations du nœud (figure 14) :

$$\theta_{oc} = \theta_{od} = \theta_I$$

$$\theta_{oa} = \theta_{ob} = \theta_{II}$$

$$\theta_I - \theta_{II} = \frac{1}{\tau} (M_{oa} + M_{ob})$$

$$\theta_{II} - \theta_I = \frac{1}{\tau} (M_{oc} + M_{od})$$

avec $\theta_{oa}, \theta_{ob}, \theta_{oc}, \theta_{od}$ angles d'extrémités en O des barres OA, OB, OC, OD,
 $M_{oa}, M_{ob}, M_{oc}, M_{od}$ moments d'extrémités en O des barres OA, OB, OC, OD,
 τ coefficient de raideur en torsion :
 $\tau = \frac{M}{\alpha}$ (cf. [C 126] § 2.1.2.1).

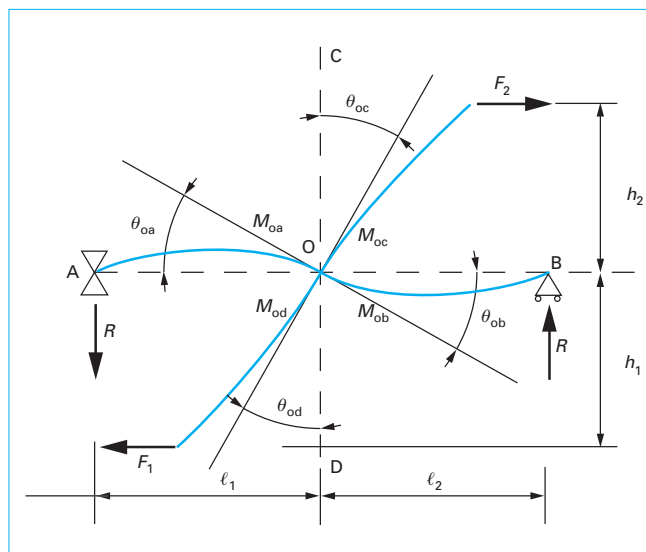


Figure 14 – Déformation au nœud du poteau vertical et de la barre horizontale sous l'action des moments

Nous remercions le Syndicat français de l'Échafaudage, du Coffrage et de l'Étalement, membre de la FFB, rassemblant les acteurs de la profession, qui a bien voulu mettre à la disposition des rédacteurs les sources documentaires nécessaires à l'élaboration de ce dossier.

Références bibliographiques

Aux Éditions T.I.

Dans les Techniques de l'Ingénieur

MAYERE (J.). – *Règles Neige et Vent NV65* [C 3 305].
 Base documentaire « Bâtiments et travaux neufs » (2001).

VERCELLINO (K.A.). – *Composants métalliques. Conception et dimensionnement* [C 2 550].
 Base documentaire « Structure et gros œuvre » (2001).

FRUITET (L.). – *Constructions métalliques. Constructions industrialisées* [C 2 595]. Base documentaire « Structure et gros œuvre » (1987).