

الفصل الأول النهايات

أنواع الكميات :

- ١ - كمية معينة مثل $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$ ، $\frac{\text{عدد}}{\text{عدد}}$ ، صفر وتكون المسألة قد انتهت .
- ٢ - كمية غير معينة مثل $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ وفي هذه الحالة نلجأ لعملية التحليل لإيجاد الحل .
- ٣ - كمية غير معروفة مثل $\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}}$ وفي هذه الحالة ليس للنهاية حل .

طرق حل النهايات :

- حل مسائل النهايات ثلاث طرق مقررة على طلاب الصف الثالث الصناعي هي
- ١ - باستخدام التحاليل .
 - ٢ - باستخدام القانون .
 - ٣ - طريقة الملائمة .

قبل البدء في التعامل مع هذه الطرق هيا بنا نراجع التحاليل

- ١ - العامل المشترك مثال : $s^2 + s = s(s + 1)$
 - ٢ - فرق بين مربعين مثال : $s^2 - 25 = (s - 5)(s + 5)$
 - ٣ - فرق بين مكعبين مثال : $s^3 + 8 = (s + 2)(s^2 - 2s + 4)$
 - ٤ - المقدار الثلاثي (\ominus) إذا كان معامل $s^2 = 1$
- مثال : $s^2 + 5s + 6 = (s + 2)(s + 3)$
- مثال : $s^2 - 5s + 6 = (s - 2)(s - 3)$
- مثال : $s^2 - 5s - 6 = (s - 6)(s + 1)$
- مثال : $s^2 + 5s - 6 = (s - 1)(s + 6)$
- ب) إذا كان معامل $s^2 \neq 1$
- مثال : $3s^2 + 11s + 6 = (3s + 2)(s + 3)$
- مثال : $3s^2 + 7s - 6 = (3s - 2)(s + 3)$

مع ملاحظة المفكوك $(s + \text{ص})^2$ حيث يطبق القانون التالي :

$$(s + \text{ص})^2 = \text{مربع ص} + 2\text{ص} + \text{مربع ص}$$

مثال : $(s - 3)^2 = s^2 - 6s + 9$

إيجاد النهاية باستخدام التحاليل :

مثال (١) أوجد قيمة

$$\frac{(2-s)(1+s)}{s^2+s+3}$$

نها
س ←

الحل

نستخدم التعويض المباشر عن س = ٠

$$\frac{2-}{3} = \frac{2- \times 1}{3} = \frac{(2-0)(1+0 \times 2)}{3+0+2(0)} =$$

مثال (٢) أوجد قيمة

$$\frac{9-s^2}{3-s}$$

نها
س ←

الحل

نستخدم التعويض المباشر عن س = ٣

$$\frac{9-9}{3-3} = \frac{9-9}{3-3} = \frac{9-2(3)}{3-3} =$$

$$\frac{(3+s)(3-s)}{3-s} = \frac{9-s^2}{3-s}$$

نها
س ←

نها
س ←

٦ = ٣ + ٣ = (٣ + س)

مثال (٣) أوجد قيمة

$$\frac{2-s-s^2}{1+s}$$

نها
س ←

الحل

نستخدم التعويض المباشر عن س = ١ -

$$\frac{2-1+1}{1+1-} = \frac{2-(1-)-2(1-)}{1+1-} =$$

وفي هذه الحالة نلجأ للتحليل لإيجاد الحل

$$\frac{(س - ٢) (س + ١)}{س + ١} = \frac{س^٢ - س - ٢}{س + ١} \quad \text{نها}$$

$$س - ١ - = ٢ - = (س - ٢) \quad \text{نها}$$

مثال (٤) أوجد قيمة

$$\frac{س^٣ + ٢٧}{س^٢ + س - ٦} \quad \text{نها}$$

الحل

نستخدم التعويض المباشر عن س = ٣ -

$$\frac{\text{كمية غير معينة}}{\text{صفر}} = \frac{٢٧ + ٢٧ -}{٦ - ٣ - ٩} = \frac{٢٧ + ٣(٣ -)}{٦ - (٣ -) + ٢(٣ -)} =$$

ع نلجأ إلى استخدام التحليل

$$\frac{س^٢ - ٣س + ٩}{س - ٢} = \frac{(س + ٣) (س - ٢) (س - ٩)}{(س - ٢) (س + ٣)} \quad \text{نها}$$

$$\frac{٢٧}{٥ -} = \frac{٩ + ٩ + ٩}{٢ - ٣ -} = \frac{٩ + ٣ - \times ٣ - ٢(٣ -)}{٢ - ٣ -} =$$

مثال (٥) أوجد قيمة

$$\frac{س^٢ + ٢س - ٨}{س^٢ + س - ٦} \quad \text{نها}$$

الحل

نعوض تعويضاً مباشراً عن س = ٢

$$\frac{\text{كمية غير معينة}}{\text{صفر}} = \frac{٨ - ٤ + ٤}{٦ - ٢ + ٤} = \frac{٨ - ٢ \times ٢ + ٢(٢)}{٦ - ٢ + ٢(٢)} =$$

نلجأ لاستخدام التحليل لإيجاد الحل

$$\frac{٦}{٥} = \frac{س + ٤}{س + ٣} \quad \text{نها} = \frac{(س + ٤) (س - ٢)}{(س + ٣) (س - ٢)} \quad \text{نها}$$

تمارين

أوجد قيمة كل من :

- | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(٢) $\xrightarrow{س} \frac{س - ٢}{س + ٤}$ [صفر]</p> <p>(٤) $\xrightarrow{س} \frac{س - ٢}{س - ٢}$ [٤]</p> <p>(٦) $\xrightarrow{س} \frac{س + ٢}{س - ٢}$ [- ٦]</p> <p>(٨) $\xrightarrow{س} \frac{س + ٢}{س + ٤}$ [٤]</p> | <p>(١) $\xrightarrow{س} (س - ٣) (س + ٢) (س + ٥)$ [٧]</p> <p>(٣) $\xrightarrow{س} \frac{(س + ١) (س - ٣)}{س + ١}$ [- ٣]</p> <p>(٥) $\xrightarrow{س} \frac{س + ٢}{س + ٢}$ [صفر]</p> <p>(٧) $\xrightarrow{س} \frac{س + ٣}{س - ٦}$ [$\frac{١٢}{٥}$]</p> |
| <p>(٩) $\xrightarrow{س} \frac{س}{س - ٤}$ [النهاية ليس لها وجود]</p> | |
| <p>[١]</p> <p>[١٠]</p> <p>[$\frac{٣}{٤}$]</p> <p>[- ١٢]</p> <p>[$\frac{٣}{٢}$]</p> <p>[$\frac{٤}{٥}$]</p> <p>[٥]</p> <p>[$\frac{٥}{٦}$]</p> | <p>(١٠) $\xrightarrow{س} \left(\frac{س - ٦}{س + ٣} + \frac{س}{س + ٣} \right)$</p> <p>(١١) $\xrightarrow{س} \left(\frac{س - ٢}{س - ٣} + \frac{س - ٩}{س - ٣} \right)$</p> <p>(١٢) $\xrightarrow{س} \left(\frac{س - ٦}{س + ٣} \times \frac{س}{س + ٣} \right)$</p> <p>(١٣) $\xrightarrow{س} \frac{٩ - (س + ٢) (س + ٣)}{س}$</p> <p>(١٤) $\xrightarrow{س} \frac{٩ - س}{١ - س + س + ١}$</p> <p>(١٥) $\xrightarrow{س} \frac{٤ - س}{٢ - س + س + ٢}$</p> <p>(١٦) $\xrightarrow{س} \frac{س + ٦}{س - ٢}$</p> <p>(١٧) $\xrightarrow{س} \frac{س - ٥}{س + ٨}$</p> |

طريقة القانون :

$$\frac{س ٥ - ٣ ٢}{س ٢} \times \frac{س ٥}{س ٣} = \frac{س ٥ - ٣ ٢}{س ٢ - ٣ ٢} \frac{س ٥}{س ٣}$$

ملاحظات على تكوين صورة القانون :

- ١ - كلا من البسط والمقام يتكون من حدين هما طرفي علامة (تقول إلى) .
- ٢ - أسس البسط متساوية .
- ٣ - أسس المقام متساوية .
- ٤ - إشارتي البسط والمقام كلاهما سالب .

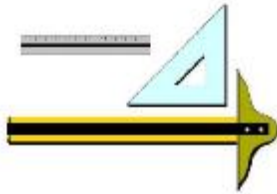
مثال (٦)

$$\frac{س ٥ - ٣ ٢}{س ٢} \text{ أوجد هنا } \frac{س ٥}{س ٣}$$

الحل

$$\frac{س ٥ - ٣ ٢}{س ٢} = \frac{س ٥}{س ٣} \times \frac{س ٥}{س ٣} = \frac{س ٥ - ٣ ٢}{س ٢ - ٣ ٢} \frac{س ٥}{س ٣} = \frac{س ٥ - ٣ ٢}{س ٢} \frac{س ٥}{س ٣}$$

مثال (٧)



$$\frac{س ٣ - ٢ ٧}{س ٥ - ٣ ٢٤} \text{ أوجد هنا } \frac{س ٣}{س ٥}$$

الحل

$$\frac{س ٣ - ٢ ٧}{س ٥ - ٣ ٢٤} = \frac{س ٣}{س ٥} \times \frac{س ٣}{س ٥} = \frac{س ٣ - ٢ ٧}{س ٥ - ٣ ٢٤} \frac{س ٣}{س ٥}$$

$$\frac{١}{١٥} = \frac{١}{٩} \times \frac{٣}{٥} = \frac{١}{٢٣} \times \frac{٣}{٥} =$$

مثال (٨)

$$\frac{س ٥ - ٨ ١}{س ٣ + ٢ ٧} \text{ أوجد قيمة } \frac{س ٣}{س ٥}$$

الحل

$$\frac{\text{نہا} \text{س}^{\circ} - ۸۱ \text{س}}{\text{س}^{\circ} - ۲۷} = \frac{\text{نہا} \text{س}^{\circ} - ۸۱ \text{س}}{\text{س}^{\circ} - ۲۷}$$

$$\frac{\text{نہا} \text{س}^{\circ} - ۸۱ \text{س}}{\text{س}^{\circ} - ۲۷} = \frac{\text{نہا} \text{س}^{\circ} - ۸۱ \text{س}}{\text{س}^{\circ} - ۲۷}$$

$$\frac{\text{نہا} \text{س}^{\circ} - ۸۱ \text{س}}{\text{س}^{\circ} - ۲۷} = \frac{\text{نہا} \text{س}^{\circ} - ۸۱ \text{س}}{\text{س}^{\circ} - ۲۷}$$

$$۱۲ = ۱(۳ -) \times \frac{۴}{۳} \times ۳ - =$$

مثال (۹)

$$\frac{\sqrt[3]{9} + \text{س}^{\circ}}{\text{س}^{\circ} - ۸۱} \text{نہا} \text{س}^{\circ} - ۸۱$$

الحل

$$\frac{\sqrt[3]{9} + \text{س}^{\circ}}{\text{س}^{\circ} - ۸۱} = \frac{\sqrt[3]{9} + \text{س}^{\circ}}{\text{س}^{\circ} - ۸۱}$$

$$\frac{۵}{\sqrt[3]{24}} = ۳ - (\sqrt[3]{-}) \times \frac{۵}{۸} =$$

مثال (۱۰)

$$\frac{۶۴ - ۶(۲ + \text{س})}{\text{س}} \text{نہا} \text{س}^{\circ} - ۸۱$$

الحل

$$\frac{۶۴ - ۶(۲ + \text{س})}{\text{س}} = \frac{۶۴ - ۶(۲ + \text{س})}{\text{س}}$$

$$۱۹۲ = ۳۲ \times ۶ = ۵ \times ۲ \times \frac{۶}{۱} =$$



تمارين

أوجد قيمة كل مما يأتي :

- | | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>(٢) $\frac{81 - \text{س}^4}{\text{س}^3 + 3}$ [١٠٨]</p> <p>(٤) $\frac{1 - \text{س}^7}{1 - \text{س}}$ [٧]</p> <p>(٦) $\frac{256 - \text{س}^4}{\text{س}^2 - 16}$ [٣٢]</p> <p>(٨) $\frac{81 - \text{س}^4}{\text{س}^3 - 27}$ [٤]</p> <p>(١٠) $\frac{1 - \text{س}^5}{1 - \text{س}^9}$ [$\frac{5}{9} -$]</p> <p>[٥]</p> <p>[$\frac{10}{3}$]</p> <p>[١٩٢]</p> <p>[٤٠٥]</p> <p>[١٦٠ -]</p> | <p>(١) $\frac{64 - \text{س}^6}{\text{س}^2 - 2}$ [١٩٢]</p> <p>(٣) $\frac{256 - \text{س}^4}{\text{س}^4 - 4}$ [٢٥٦]</p> <p>(٥) $\frac{81 - \text{س}^4}{\text{س}^3 - 9}$ [١٨]</p> <p>(٧) $\frac{12}{5} \cdot \frac{64 - \text{س}^6}{\text{س}^5 - 32}$ [$\frac{12}{5}$]</p> <p>(٩) $\frac{1 - \text{س}^7}{1 - \text{س}^5}$ [$\frac{7}{5} -$]</p> <p>(١١) $\frac{\sqrt[3]{9} + \text{س}^5}{\sqrt[3]{3} + \text{س}^3}$ [٥]</p> <p>(١٢) $\frac{\sqrt[2]{4} - \text{س}^5}{\sqrt[2]{2} - \text{س}^3}$ [$\frac{10}{3}$]</p> <p>(١٣) $\frac{64 - (2 + \text{س})^6}{\text{س}}$ [١٩٢]</p> <p>(١٤) $\frac{243 - (3 + \text{س})^5}{\text{س}}$ [٤٠٥]</p> <p>(١٥) $\frac{\text{س}^6 + 32 \text{س}}{\text{س} + 2}$ [١٦٠ -]</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\left[\frac{40}{3} - \right]$$

$$\left[\frac{20}{3} \right]$$

$$\left[\frac{7}{48} \right]$$

$$\left[\frac{20}{3} \right]$$

$$\left[18 \right]$$

$$(16) \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^6 + 32 \text{س}}{\text{س}^3 + 8} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(17) \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^7 + 4\sqrt{2}\text{س}^2}{\text{س}^3 + 2\sqrt{2}} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(18) \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^{7-2} - 2}{\text{س}^{3-2} - 2} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(19) \text{ نهـيا } \frac{32 - (2 + \text{س})^0}{8 - (2 + \text{س})^3} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(20) \text{ نهـيا } \frac{81 - (3 + \text{س})^4}{9 - (3 + \text{س})^2} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

أسئلة للمتفوقين

$$(22) \text{ نهـيا } \frac{1 - \sqrt{\text{س}}}{1 - \sqrt[3]{\text{س}}} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(21) \text{ نهـيا } \frac{32 \text{س}^5 + 1}{8 \text{س}^3 + 1} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(24) \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 + 3 \text{س}}{\text{س}^2} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(22) \text{ نهـيا } \frac{16 - \sqrt[4]{\text{م}}}{2 - \sqrt[4]{\text{م}}} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(26) \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^4 + \text{س}}{1 + \text{س}} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(25) \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 5 \text{س} - 6}{12 - \text{س}^2} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(28) \text{ نهـيا } \frac{8 - (3 + \text{س})^3}{8 - \text{س}^2 - 7 \text{س}} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(27) \text{ نهـيا } \frac{27 + \text{س}^3}{12 + \text{س}^2 + 7 \text{س}} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(30) \text{ نهـيا } \frac{4 - 9 \text{س}^2}{2 + 3 \text{س}} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$

$$(29) \text{ نهـيا } \frac{16 - \text{س}^4}{2 + \text{س}} \text{ نهـيا } \frac{\text{س}^2 - 2}{\text{س}^2 - 2}$$