اسم الطالب:	رياضيات /4/ تصميم	جامعة دمشق
المدة : ساعتان	امتحان الفصل الثاني حزيران	كلية الهندسة الميكانيكية و الكهربائية
مدرس المقرر د. منير الترك	/ /2016م	قسم العلوم الأساسية

السؤال الأول (30 درجة) :

1. احسب التكامل $\oint_{\Gamma} \frac{z-1}{z(z+1)^2}\,dz$ حيث أن Γ المنحني المحدد في الحالات التالية :

(1) $|z+1| = 2$ ، (2) $|z| = \frac{1}{2}$ ، (3) $|z+1| = \frac{1}{2}$ مع رسم المنحنيات .

2. احسب التكامل : $I = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3+\cos\theta}$

3. انشر وفق متسلسلة لورنت الدالة $f_2(z)=z^2.e^{-\frac{1}{z}}$, $f_1(z)=\frac{1}{z^4}.\arg shz$.مبيناً نوع النقطة الشاذة والراسب .

السؤال الثاني (25 درجة):

4. انشر وفق متسلسلة فورييه الدالة : $0<x<2$, $f(x)= 2-x$ مع الرسم .

5. باستخدام دالة بيتا و غاما احسب التكامل $I=\int_0^1 (x\ln x)^3\,dx$

السؤال الثالث (25 درجة):

6. أوجد تحويل لابلاس العكسي للدالة التالية : $F(s)=\frac{1}{s^3+1}$

7. أوجد حل المعادلة التفاضلية باستخدام تحويل لابلاس :

$$y''-3.y'+2y=4.e^{2.t}\ ,\ y'(0)=5\ ,\ y(0)=-3$$

السؤال الأول: احسب التكامل $\int_{2\pi} \frac{x^3}{(x-1)^2}\,dx$

حل: $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3+\cos\theta}$

$d\theta = \frac{dz}{iz}$, $\cos\theta = \frac{z^2+1}{2z}$

$3+\cos\theta = \frac{6z+z^2+1}{2z}$ $\quad I = \oint_{|z|=1}$

$= \frac{2}{i}\oint_{|z|} \frac{dz}{z^2+6z+1}$

$\boxed{Res(z_0) = \frac{1}{-3+2\sqrt2+3+2\sqrt2} = \frac{1}{4\sqrt2}}$, $I = \frac{2}{i}\,2\pi i$

$\Delta = 36-4 = 32 \Rightarrow \sqrt\Delta = \sqrt{16\cdot 2} = 4\sqrt2$

$z_0 = \frac{-6+4\sqrt2}{2} = -3+2\sqrt2 \in |z|=1$, $z_2 = -3-2\sqrt2 \notin |z|=1$

مسودة:

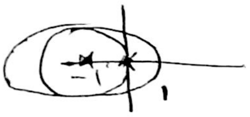
$z=0 \Rightarrow Res(0) = \left[\frac{z-1}{(z+1)^2}\right]_{z=0} = \frac{-1}{1} = -1 \Rightarrow \boxed{Res(0)=-1}$

$z=-1$ قطب مضاعف $\Rightarrow Res(-1) = \left(\frac{z-1}{z}\right)'_{z=-1}$

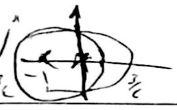
$= \left[\frac{z-(z-1)}{z^2}\right]_{z=-1} = \frac{1}{1} = 1$

$\boxed{Res(-1)=1}$

$I_1 = 2\pi i(-1+1) = 0$



$I_2 = 2\pi i\,Res(0) = -2\pi i$



$I_3 = 2\pi i(Res(-1)) = 2\pi i$

السؤال الثاني: احسب التكامل : $\int\sqrt{1-x^2}\,dx$

الحل: $f(x) = 2-x,\ 0<x<2$

$\boxed{\ell = 1} \Leftarrow T = 2$ دورها

$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\pi x + b_n\sin n\pi x)$

$a_0 = \int_0^2 (2-x)\,dx = 2$

$a_n = \int_0^2 (2-x)\cos n\pi x\,dx = 0$

$b_n = \int_0^2 (2-x)\sin n\pi x\,dx = \frac{-2}{n\pi}$

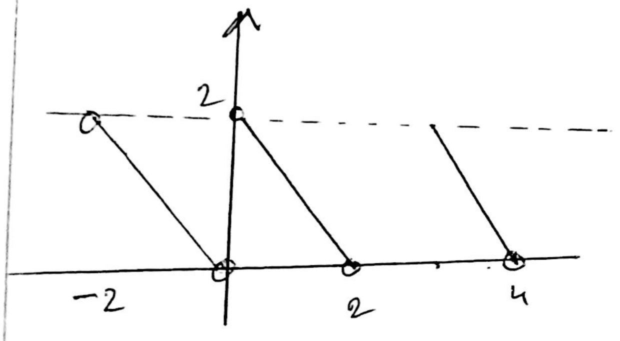
$f(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{-2}{n\pi}\sin n\pi x$

مسودة:

$f(z) = \frac{1}{z+5} = \frac{1}{z+1+4}$

$= \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{1+\frac{z+1}{4}} = \frac{1}{4}\sum(-1)^n\frac{(z+1)^n}{4^n}$

$\boxed{|z+1| < 4}$



السؤال الثالث : احسب التكامل : $\int\frac{(x-3)}{(x^3-x)}\,dx$

$\int_0^\infty t^3 e^{-4t}\,dt = \frac{-1}{4}\int_0^\infty \left(\frac{y}{4}\right)^3 e^{-y}\,dy$

$= \frac{-1}{4^4}\int_0^\infty y^3 e^{-y}\,dy = \frac{-1}{4^4}\Gamma(4) = \frac{-3}{4^4}$

$\int_0^1 (x\ln x)^3\,dx = \int_0^1 x^3\ln^3 x\,dx$

$\ln x = -t \Rightarrow I = \int_\infty^0 (e^{-t})^3(-t)^3(-e^{-t}\,dt)$

أكمل الحل في الخلف

$\mathcal{L}[t\sin(2t)] = \mathcal{L}[t\,f(t)] = -\mathcal{L}'[f(t)] = -\left(\frac{2}{s^2+4}\right)' = +4\ldots$

$\mathcal{L}[f(x)] = \frac{15}{s} + \frac{12!}{s^{13}} - \frac{4s}{(s^2+4)^2}$

$a = 5, \quad h = 2, \quad b = -1$

$-a.b - h^2 = -5 + 4 = -9 \ldots 0 \Rightarrow$ — (VI)

المعادلة زائدية

$5 + 4\lambda - \lambda^2 = 0 \Rightarrow \quad \Delta = 16 - 4(5) = 36 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 6$

$\lambda_1 = \frac{-4+6}{2.(5)} = \frac{2}{2.5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{\lambda_1 = \frac{1}{5}}$

$\lambda_2 = \frac{-4-6}{2.(5)} = \frac{-10}{10} = -1 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = -1}$

$u(x,y) = f(x,y) = f(x + \frac{1}{5}y) + g(x - y)$

Scanned by CamScanner